DAMIANI

SCOGNAMIGLIO

MEDICI NEAPOLITANI

ALE
ov.
anea
2
LI
VITTORIO EM. III

FONDO PROVINCIA

BIBLIOTECA PROVINCIALE

misc. A-33-232

Armadio

Palchetto

Num.° d' ordine 162 8710

Digitized by Google

NAZIONALE
BIBLIOTECA
B. Prov.
Miscellanea
A
33
232
VITTORIO EM. III
NAPOLI

Digitized by Google

678319
SBN

Digitized by Google

DAMIANI SCOGNAMIGLIO

Medici Neapolitani.

DE PLANARUM ÆQVATIONUM RESOLUTIONE.

Epiſtola
Ad Illuſtriſs., & Excellentiſs.

D. PAULUM FRANCONE SALICETI MARCHIONEM.

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI
BIBLIOTECA PROVINCIALE NAPOLI

NEAPOLI, per Joannem Roſellium MDCCXII.
Superiorum permiſſu.

Digitized by Google

Illuſtriſs. & Excellentiſs. Domino

D. PAULO FRANCONE

DAMIANUS SCOGNAMIGLIO

S. P. D.

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

IN colloquijs, quæ aliquandò de rebus ad Geometriam pertinentibus habuimus, non deſtiti, mentis tuæ ſublimitatem admirari, nàm cum dixiſſem, omnia matheſeos problemata ad quantitatem, vel diſcretam, vel continuam pertinere, illicò univerſæ Geometriæ ideam concepiſti, ſuperaddens, decimum Elementorum librum, quem præ manibus habebas, de quantitate continua agere, ſeptimum verò, octavum, & nonum diſcretam explicare; ex his deduci

videbatur, problemata cujuſcumque gradus, ſi rationales habeant radices, ſimplicia eſſe, & proptereà primum gradum non excedere, undè ingenioſiſſimorum mathematicorum fuit, curare, ut problemata, quæ aſpectum altioris ordinis haberent, ad ſimpliciſſimum miris modis reducerent, & hujus rei nobiliſſimum ſpecimen apud Diophantum habemus, cujus veſtigijs inhæſerunt è Neotericis Fermatius, & Freniclius, ut alios celeberrimos viros ſileam: illa verò, quę ad continuam quantitatem ſpectant, ad propriam ſedem revocarent, ut plurimùm enim ad gradus altiores aſſurgunt, quàm propria ipſarum natura requirat: qua in re non minùs intèr Gallos Carteſius, quàm Fermatius, & de la Hire, quàm intèr Germanos Sluſius, intèrque Batavos Huddenius, & è noſtratibus Chriſtophorus, tuus etiàm amiciſſimus, in doctiſſimo De Constructione Æquationum *opuſculo, fęlicitèr operam navarunt; & quod majorem admirationem mihi peperit, fuit, te dixiſſe, Geometriæ Elemēta paucioribus, & generalioribus propoſitionibus potuiſſe demonſtrari, proptereàque decimum aptiori ordine, atque ſimpliciori methodo tradi, præſertim XVIII, & XIX. quę tricis plenæ, & confuſæ videntur, unde mihi anſam porrexiſti, illas attentiùs conſiderandi,*

& tan-

& tandèm agnovi, tuas meditationes fruſtaneas non fuiſſe, affatas enim propoſitiones percepi Corollaria eſſe penultimæ primi Elementorum, quam Pythagoricam appellant. Quare de binis hiſcè propoſitionibus ad te literas dare cogitaram, cùm Neapoli abeſſes, & cum tenuis ſcriptura videretur, mihi in animum venit, illis addere tractatulum De Planarum Æquationum Resolutione *ſimpliciori, univerſaliorique methodo explicatum, quàm hactenùs videre mihi contigit, tantò magis, quia ſpecimen, & Index erit ad altiores Æquationes reſolvendas; atque hinc manifeſtum fieri poterit, verum eſſe, omnia matheſeos problemata ad quantitatem, vel diſcretam, vel continuam pertinere. Laborem hunc ſuſcepi majori oblectamento, quàm poſſit excogitari, quia præ cæteris eorum, qui huic ſcientiæ in noſtra Urbe ſe dedunt, Tu maximè excellis, in omni etiàm diſciplinarum genere, ſolida principia quærens abſque vana oſtentatione, quod proprium eſt illorum, qui ſapientię culmen affectant. In hoc argumento haud comprehendere volui tuorum natalium ſplendorem, & antiquitatem, majorumque excelſas conditiones, & rem Domi ampliſſimam, illuſtriumque Feudorum dominia, hæc namque non conveniunt harum ſcientiarum amatoribus, qui abſque oſten-*

ta-

tationis fuco ſui ſimiles ſincero, & pluſquàm fraterno amore complectuntur: ſolùm memoraſſe placet morum ſuavitatem, ergà amicos liberalitatem, facilitatem, prudentiam, gravitatemque, nec mihi nùnc vera dicenti tribuendum eſt adulationis, aut vanitatis vitio: Solitâ igitur ſinceritate grata hæc habe, ut animũ hinc ſumam majora excogitandi in perpetuum amoris mei, & obſequii ergà te argumentum; Vale.

Digitized by Google

Eminentiſsimo Signore

Damiano Scognamiglio ſupplicando eſpone à V. E. , come deſidera dare alle ſtampe un'opuſcoletto intitolato. *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani: De Planarum Æquationum Reſolutione Epiſtola*: ſupplica V. E. concederli la licenza, ut Deus,&c.

Dom. D. Januarius Majello revideat, & referat. Neap. 21. *Julii* 1712.

SEPTIMIUS PALUTIUS VIC. GEN.

D.P.M.Giptius Can.Dep.

Juſſu E.T. legi opuſculum *De Planarum Æquationum reſolutione Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani*, Viri acerrimo ingenio, & ad omnia diſciplinarum genera illuſtranda inſtructiſsimo,ac ornatiſsimo,& cum nihil in eo bonis moribus, aut orthodoxæ fidei abſonum repererim, dignum publica, æternaque luce cenſeo, ad aliorum doctrinam, atque incitamentum, ſi ità E. T. videbitur. Ex ædibus Seminarij Archiepiſc. III.Cal.Auguſt. MDCCXII.

E. T.

Humil. Addictiſ. & Obſequentiſ. Servus
Januarius Majellus.

Attenta ſuprad. relatione Imprimatur. Neap. 1.*Aug*.1712.

SEPTIMIUS PALUTIUS VIC. GEN.

D.P.M.Giptius Can. Dep.

Ec-

Eccellentiſsimo Signore

DAmiano Scognamiglio ſupplicando eſpone à V. E., come deſidera dare alle ſtampe un'opuſcoletto intitolato *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani. De Planarum Æquationum Reſolutione Epiſtola.* ſupplica V. E. concederli la licenza, Ut Deus, &c.

M. A. M. D. Nicolaus Cirillo videat, & in ſcriptis referat.

GASCON R. GUERRERO R. ARGENTO R.
Proviſum per S. E. Neap. 18. Julii 1712.
Maſtellonus

Spectab. Dux S. Nicolai non interfuit

Excellentiſs. Domine

JUſsu Exc. T. legi libellum, cui titulus *Damiani Scognamiglio Medici Neapolitani. De Planarum Æquationum Reſolutione*, mole ſanè exiguum, ſed penitioris Geometriæ gemmis elegantiſsimè diſtinctum: quumque in eo nihil occurrerit, quod Regiæ Juriſdictioni adverſetur, typis committi poſſe reor. Neapoli 30. Julij 1712.
Exc. T.

Addictiſs. Servus
Nicolaus Cyrillus.

Viſa relatione imprimatur, & in publicatione ſervetur Regia Pragm.

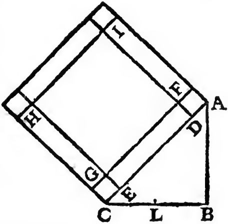
GASCON R. GUERRERO R. ARGENTO R.
Proviſum per S. E. Neap. 8. Auguſti 1712.
Maſtellonus

Spectab. Dux S. Nicolai non interfuit

Pro-

Propoſitio XVIII. Lib. X. Elem. Eucl.

SI hypothenuſæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidii unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & in partes longitudine commenſurabiles ea fuerit diviſa, erit reliquum latus eidem longitudine commenſurabile. Et ſi hypothenuſæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & reliquum latus fuerit ei longitudine commenſurabile, erit diviſa in partes longitudine commenſurabiles.



Sit parallelogrammum CDA, ſivè CF æquale quadrato dimidii CB, ſcilicèt quadrato CL, ſivè LB, & ſint partes hypothenuſæ CD, DA; Sumatur CE æqualis DA, & quia CD, DA ſunt ex hypotheſi intèr ſe longitudine commenſurabiles, erit CD, CE, ac proindè DE, hoc eſt AB, reliquo trianguli lateri, longitudine commenſurabilis.

Rursùs quia ex hypotheſi BA, ſivè ED eſt longitudine commenſurabilis AC, erit ſimilitèr longitudine commenſurabilis CE, DA ſimùl ſumptis, & quia CE, DA ſunt intèr ſe longitudine commenſurabiles, erit ED uni ipſarum longitudine commenſurabilis, ac proindè CD longitudine commenſurabilis DA.

Propoſitio XIX.

SI hypothenuſæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehen-

Digitized by Google

dentibus, & in partes longitudine incommenſurabiles ea fuerit diviſa, erit reliquum latus eidem longitudine incommenſurabile. Et ſi hypothenuſæ trianguli rectanguli applicetur parallelogrammum deficiens figurâ quadratâ, æquale quadrato dimidij unius ex lateribus, angulum rectum comprehendentibus, & reliquum latus fuerit ei longitudine incommenſurabile, erit diviſa in partes longitudine incommenſurabiles.

Demonſtratio eodem ratiocinio perficitur, ac præcedens, mutatis tantùm ijs, quæ mutari neceſſe eſt.

Veritas præcedentis propoſitionis in numeris patet, ſi ponatur hypothenuſa CA 10, & latus CB 8, erit quadratum ejus dimidij 16, partes hypothenuſæ CD 8, & DA 2, reliquum verò latus BA 6.

Alterius propoſitionis veritas eluceſcit, ſi ponatur hypothenuſa CA 8, & latus CB 6, quadratum enim dimidij dicti lateris erit 9, partes verò hypothenuſæ CD $4 + \sqrt{7}$, & DA $4 - \sqrt{7}$, reliquum verò latus BA $\sqrt{28}$, hypothenuſæ longitudine incommenſurabile.

Notandum tamèn, quod hæc propoſitio locum habet, ſi hypothenuſa, & unum ex lateribus trianguli rectanguli ſint rationalia, ſecùs verò ſi irrationalia, ut videre eſt, ſi ponatur hypothenuſa $\sqrt{8}$, & unum ex lateribus $\sqrt{6}$, reliquum latus erit $\sqrt{2}$ longitudine commenſurabile $\sqrt{8}$, licèt partes hypothenuſæ, ſub quibus continetur parallelogrammũ æquale quadrato dimidij alterius lateris, nimirùm quadrato dimidii $\sqrt{6}$, hoc eſt $\frac{6}{4}$, ſint longitudine incommenſurabiles ſecundùm Euclidem: eæ namque ſunt $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$, & $\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Quomodò autem inventæ fuerint, ſequens problema indicabit.

Propoſitum numerum in duas partes dividere, ut rectangulum ſub ipſis contentum, ſit æquale dato numero.

Numerus propoſitus ſit 5, datus verò 4, erit Æquatio $5x - x^2 \infty 4$, & reſoluta per regulas artis dabit $x \infty 4$, undè altera pars erit 1, quæ problemati ſatisfaciunt.

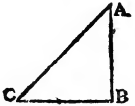
Advertendũ, quòd, ut poſsibile ſit problema, numerus abſolu-

tus,

Digitized by Google

tus, ſeù comparationis homogeneum, non debet excedere quadratũ dimidij numeri radicum, quod patet ex 28 Sexti Elem.

Ut autèm habeamus triangulum rectangulum ſempèr numeris explicabile, ità procedemus.



Sit hypothenuſa AC 8, ponatur CB, unum ex lateribus x, erit reliquum latus $\sqrt{64 - x^2}$, ac proindè habebitur Æquatio $64 - x^2 \infty$ quadrato.

Fingatur latus hujus quadrati tali pacto, ut inventa Æquatio, in qua reperitur ignota duarum dimenſionum, reducatur ad ignotam unius, quod fiet, ſi ponatur latus prædictum $8 - 2x$: habebitur enim loco primæ hæc altera Æquatio $64 - x^2 \infty 64 - 32x + 4x^2$, & reſoluta invenitur $x \infty \frac{32}{5}$, ac proindè $x^2 \infty \frac{1024}{25}$, undè trianguli latera in numeris erunt 8, $\frac{32}{5}$, & $\frac{24}{5}$.

Sed ſi loco hypothenuſæ datum ſit unum ex lateribus, facilior evadit problematis reſolutio.

Sit datum latus 6, ponatur alterum x, erit Æquatio $36 + x^2$ ∞ quadrato hypothenuſæ.

Fingatur latus hujus quadrati $x + 4$, & invenietur nova Æquatio $36 + x^2 \infty 16 + 8x + x^2$, cujus radix $x \infty \frac{20}{8}$, ſcilicèt $\frac{5}{2}$, undè ejus quadratum $\frac{25}{4}$, & hypothenuſa $\infty \frac{13}{2}$, & per conſequens erunt trianguli latera 6, $\frac{5}{2}$, & $\frac{13}{2}$.

Hæc methodus eſt generaliſsima, aperitque viam ad ſolutionem infinitorum problematum, præcipuè ad illud Petri Fermatii propoſitum Anglis Geometris, ut habetur in fine ejus Epiſtolæ ad Kenelmum Digby, ſcriptæ die 20. Junij 1657. pag. 191.

Dato quovis numero non quadrato, invenire quotcumque quadratos numeros, qui in datum ducti, adſcitâ unitate, conficiant quadratum; V.G. ſit datus numerus 149, quæritur quadratus, qui in eum ductus, adſcitâ unitate, conficiat quadratum.

Ponatur quæſitus quadratus x^2, erit Æquatio $149x^2 + 1$ ∞ quadrato.

Digitized by Google

Fingatur latus quadrati prædicti $1 + 3x$, invenietur altera Æquatio $149x^2 + 1 \infty 1 + 6x + 9x^2$, & reductâ, habebitur ejus radix $x \infty \frac{6}{140}$, cujus quadratum $\frac{36}{19600}$ ductum in 149, dat numerum $\frac{5364}{19600}$, eiq; additâ unitate, habetur numerus quadratus $\frac{24964}{19600}$, cujus radix $\frac{158}{140}$, & hæc ſolutio eſt generaliſsima.

Quia occaſione problematis ſuprà propoſiti, incidimus in formulam Æquationis planæ $ax - x^2 \infty aq$, non abs re erit tradere hic methodum reſolvendi formulas omnes planarum Æquationum una, & generaliſsima via.

Formulæ igitur planarum Æquationum ad quatuor omnes reduci poſsunt

$$x^2 - ax \infty aq$$
$$x^2 + ax \infty aq$$
$$ax - x^2 \infty aq$$
$$ax + x^2 \infty - aq$$

Ut autèm priùs earum natura, & conſtitutio dignoſcatur; nonnulla de natura Æquationum libabimus, quæ ſparſim apud Vietam, Carteſium, alioſque reperiuntur.

Cùm notum ſit, Æquationem eſſe comparationem duarum quantitatum æqualium, variè denominatarum; Notandum primò erit, quod ignota quantitas Æquationis, quæ literis alphabeti exprimi ſolet $x. y. z.$ &c., tot diverſis valoribus, ſeù radicibus conſtare poteſt, quot dimenſiones in ea reperiuntur, veluti Æquatio $x^2 \infty 5x - 6$ duabus radicibus conſtat, quia duæ in ea ignotæ quantitatis dimenſiones habentur.

Hoc ex ejus naturâ, & conſtitutione manifeſtum eſt. Ponatur E.G. $x \infty 2$, & $x \infty 3$, multiplicetur $x - 2$ per $x - 3$, & habebitur propoſita Æquatio $x^2 - 5x + 6 \infty 0$, ſcilicèt $x^2 \infty 5x - 6$, undè valor ejus duobus modis exprimi poteſt, ſcilicèt per 2, & per 3.

Notandum ſecundò, quod hæ radices ſi fuerint quantitates poſitivæ, dicentur veræ, ſi negativæ, falſæ; Si enim multiplicetur $x + 3$ per $x - 2$, habebitur Æquatio $x^2 + x - 6$, quæ exprimitur per 2, & $- 3$, & in ea valor 2 eſt verus, $- 3$ eſt falſus.

No-

Notandum tertiò, quod in qualibet Æquatione tot veræ eſſe poſſunt radices, quot in ea ſignorum $+$, & $-$ variationes immediatè ſequentes reperiuntur, tot autèm falſæ, quot continuationes ſignorum, ſive $+$, ſivè $-$ inveniuntur; Sic in Æquatione ſuprà propoſita $x^2 - 5x + 6 \propto 0$, duæ ſunt veræ radices, quia duæ ſignorum variationes immediatè ſequentes habentur, in alia verò Æquatione $x^2 + x - 6 \propto 0$ una eſt falſa ob $x^2 + x$, & reliqua vera ob $+ x - 6$.

His poſitis, devenientes ad primam formulam $x^2 - ax \propto aq$, ſivè $x^2 - ax - aq \propto 0$, dicimus, eam conſtare duabus radicibus, unà ſcilicet vera, nempè majori, reliqua autem falſa, quæ eſt minor.

Hocità ex ejus natura, & conſtitutione clarum fiet.

Ponatur $x \propto 5$, ſcilicèt $x - 5 \propto 0$, quæ indicat veram radicem, & ſimilitèr $x \propto - 3$, ſcilicèt $x + 3 \propto 0$, quæ demonſtrat falſam radicem: ſi intèr ſe ducantur $x - 5 \propto 0$ & $x + 3 \propto 0$, habebitur Æquatio $x^2 - 2x - 15 \propto 0$, ſimilis propoſitæ $x^2 - ax - aq \propto 0$.

Progredientes hac vià ad ſecundam formulam $x^2 + ax \propto aq$, ſive $x^2 + ax - aq \propto 0$, dicimus, eam conſtare duabus radicibus, primâ falsâ, nempè majori, reliqua verâ, minori.

Tertiam verò $ax - x^2 \propto aq$, ſivè $x^2 - ax + aq \propto 0$, duabus veris.

Quartã deniq; $ax + x^2 \propto - aq$, ſivè $- x^2 - ax - aq \propto 0$, duabus falſis.

Regula eas omnes reſolvendi unica, eademq; eſt, ut diximus.

Diſponatur quælibet formula, ut ignota quantitas ſemper ſit ex una, nota verò ex altera parte Æquationis, nimirùm

$$x^2 - ax \propto aq$$
$$x^2 + ax \propto aq$$
$$x^2 - ax \propto - aq$$
$$x^2 + ax \propto - aq.$$

Perficiatur poſtmodùm quadratum il lius partis, in qua reperitur ignota quantitas, addito u trique parti Æquationis quadrato dimidij quantitatis c ognitæ ſecundi termini,

& ſic

& hic loco propoſitarum, habebuntur ſequentes

$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 \propto aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 \propto aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 \propto - aq + \frac{1}{4}a^2$$
$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 \propto - aq + \frac{1}{4}a^2$$

Eruatur quadrata radix ex utraque parte Æquationis, & habebuntur primæ formulæ radices, ſcilicèt

$$x - \frac{1}{2}a \propto \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$ vera;
$$x - \frac{1}{2}a \propto - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto \frac{1}{2}a - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$ falſa.

Secundæ formulæ radices erunt

$$x + \frac{1}{2}a \propto \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto - \frac{1}{2}a + \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$ vera;
$$x + \frac{1}{2}a \propto - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto - \frac{1}{2}a - \sqrt{aq + \frac{1}{4}a^2}$$ falſa.

Tertiæ verò

$$x - \frac{1}{2}a \propto \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$; hoc eſt
$$x \propto \frac{1}{2}a + \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$ vera;
$$x - \frac{1}{2}a \propto - \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto \frac{1}{2}a - \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$ ſimilitèr vera.

Notandum, quod ſi aq major fuerit $\frac{1}{4}a^2$, radices prædictæ erunt Imaginariæ, & impoſſibile erit problema, undè Æquatio orta fuit.

Quartæ demùm formulæ radices erunt

$$x + \frac{1}{2}a \propto \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto - \frac{1}{2}a + \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$ falſa;
$$x + \frac{1}{2}a \propto - \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$, hoc eſt
$$x \propto - \frac{1}{2}a - \sqrt{- aq + \frac{1}{4}a^2}$$ ſimilitèr falſa,

& ſi

& ſi aq major fuerit $\frac{1}{4} a^2$, radices prędictæ erunt Imaginariæ eadem ratione, qua in præcedenti formula diximus.

Ut expoſita exemplis clariora fiant, proponatur ſequens problema.

Dividere datum numerum 8 in duas partes, ità ut quadratum majoris partis minus rectangulo dati numeri, ac eadem majori parte, ſit æquale num. 10.

Ponatur major pars x, erit Æquatio juxtà problematis conditiones $x^2 - 8x \propto 10$, quæ per regulas ſuprà traditas, dabit valorem radicis x, ſivè majoris partis dati numeri $\propto 4 + \sqrt{26}$, cujus quadratum $42 + 8\sqrt{26}$, ex quo ſi auferatur rectangulum ex dato numero, & majori parte, ſcilicèt $32 + 8\sqrt{26}$, ſupererit numerus 10, & ſatisfactum erit problemati.

Sed ſi dividamus datum numerum, ità ut quadratum majoris partis minùs rectangulo partium, ſit $\propto 10$, Æquatio erit $2x^2 - 8x \propto 10$, ſcilicèt $x^2 - 4x \propto 5$, cujus valor eſt 5.

Advertendum, quod licèt Æquatio appareat ſecundi gradus, eſt tamen ſimplex, cum valorem habeat rationalem, & ità intelligendum eſt de omnibus cujuſcumq; gradus Æquationibus, radicem rationalem habentibus, cum per diviſionem, ad ſimplices ſemper reduci poſsint.

Si verò dividendus ſit datus numerus 8 in duas partes, ut quadratum majoris partis unà cùm rectangulo contento ex dato numero, & eadem majori parte ſit $\propto 10$, incidemus in ſecundam formulam Æquationis $x^2 + 8x \propto 10$, cujus radix $-4 + \sqrt{26}$ ſatisfaciet problemati.

Et ſi, ut ſuprà, quadratum majoris partis unà cum rectangulo partium dati numeri ponatur $\propto 10$, problema evadet ſimplex, & Æquatio erit $8x \propto 10$, cujus valor $\frac{5}{4}$ dabit problematis reſolutionem.

Si demùm quæratur rectangulum ex dato numero, & majori parte, minus quadrato ex eadèm majori parte $\propto 10$, habebimus tertiam Æquationis formulam $8x - x^2 \propto 10$, ſcilicet $x^2 - 8x \propto -10$, cujus radices $4 + \sqrt{6}$, & $4 - \sqrt{6}$, quarum major ſatisfacit problemati; nàm ſi qua-

dra-

Digitized by Google

dratum ex $4 + \sqrt{6}$, ſcilicèt $22 + 8\sqrt{6}$ auferatur ex rectangulo $4 + \sqrt{6}$ in 8, nimirùm ex $32 + 8\sqrt{6}$, remanebit numerus 10.

Sed ſi loco numeri 10 ponatur 7, Æquatio erit $x^2 - 8x + 7 \infty 0$, ejuſq; radices rationales, ſcilicèt 7, & 1, major tamen 7 dabit problematis ſolutionem, nàm ex rectangulo 7 in 8, hoc eſt ex 56, ablato quadrato ex 7, videlicèt 49, ſupererit 7.

Prò quarta formula idem problema ſimilitèr proponi poteſt: nàm ſi proponatur dividere 8 in duas partes, ut quadratum majoris unà cum rectangulo ex dato numero, eademque majori parte ſolvant debitum ducatorum 10. Æquatio erit $x^2 + 8x \infty - 10$, cujus valor $-4 + \sqrt{6}$, nàm quadratum ejus $22 - 8\sqrt{6}$ additum rectangulo $-32 + 8\sqrt{6}$ conficit debitum ducatorum decem, ſcilicèt -10.

Si tamèn ponatur debitum ducatorum 7, valor x erit -1, qui problema ſolvit.

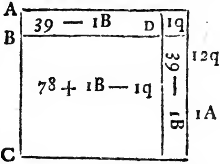
Verùm ſi debitum ſit majus 16, E. G. 18, impoſsibile erit problema, & radices falſæ evadent imaginariæ, ut dictum eſt in tertia formula; Sunt enim $-4 + \sqrt{-2}$, & $-4 - \sqrt{-2}$, quæ nullo modo exprimi poſſunt, & hæc prò Reſolutione Planarum Æquationum dicta ſufficiant.

Prò coronide notandum, ad haſce formulas reduci omnia problemata plana, etiam illa, quæ à clariſsimis Viris difficillima, ni velimus dicere, impoſsibilia exiſtimata fuerunt, ut præcipuè eſt illud Clavij in ſuo de Algebræ Tractatu cap. 31, num. 58, cujus tenor talis eſt, ejuſque reſolutio vix comprehendi poteſt.

Duo ſocij habent duos numeros aureorum, quorum ſumma à ſumma quadratorum ex ipſis procreatorum ſubtracta, relinquit 78. Addita verò ad numerum ex eorum multiplicatione productum, facit 39. Quæritur qui ſint iſti numeri?

Hanc quæſtionem per ſequentem figuram explicabimus, ubi quadratum rectæ AC diviſum eſt in duo quadrata, & duo complementa, quorum quodlibet intèr duo quadrata medium

dium proportionale eſt, ut in lemmate propoſ. 54. lib. 10. Euclid. demonſtravimus, & ſuprà quoque in numeris in lemmate Ænigmatis 26. cap. 30. oſtendimus. Ponatur ergo minor numerus 1℞, nimirùm linea AB, & major 1 A, nimirùm linea BC. Summa autèm ex ipſis conflata, nimirùm linea AC ponatur 1 B. Eritque quadratum rectæ AB 1q. Et quoniam ſumma numerorum 1 B ſubtracta ex duobus quadratis rectarum AB, BC relinquit 78. Facient duo illa quadrata 78 + 1 B: ità enim ſi ex illis demetur 1 B, relinquentur 78. Igitur quadratum rectæ BC erit 78 + 1 B — 1q. Si enim duo



quadrata faciunt 78 + 1 B, ut diximus, erit ſolum quadratum rectæ BC 78 + 1 B — 1q.

Deindè quia ſumma numerorum AB, BC, nimirum 1 B addita ad productum ex eorum multiplicatione, ideſt ad complementum AD, facit 39, erit complementum hoc 39 — 1 B: ità namque ſi addatur 1 B, fiet ipſum complementum 39.

Quia verò quadratum rectę AC, quæ valet 1 B, conſtat ex duobus quadratis rectarum AB, BC, ideſt ex 78 + 1 B, & ex duobus complementis, hoc eſt ex 78 — 2 B, eſtque quadratum rectę AC ex 1 B pocreatum 1 Bq, erit Æquatio intèr 1 Bq, & 156 — 1 B, qui numerus conflatur ex 78 + 1 B, ideſt ex duobus quadratis, & ex duobus complementis, hoc eſt ex 78 — 2 B. Hujus autèm numeri 156 — 1 B, radix nō alitèr inveſtigabitur, quàm ex numero 156 — 1℞, ac ſi hic æqualis eſſet 1q, nimirùm hoc pacto. Semiſſis numeri radicum eſt $\frac{1}{2}$ ad cujus quadratum $\frac{1}{4}$ additis 156, hoc eſt $\frac{624}{4}$, fit numerus $\frac{625}{4}$, à cujus radice quadrata $\frac{25}{2}$ ſi dematur prædicta ſemiſſis $\frac{1}{2}$, remanebit prætium 1 ℞ $\frac{24}{2}$, hoc eſt 12, ac tantum valet recta AC, hoc eſt 1 B, ſumma numerorum 1℞, & 1 A.

Quoniàm igitur 1 B eſt 12, complementum 39 — 1 B, erit 27,

 &

& quadratum majus 78 + 1*B* — 1q, *erit* 90 — 1q, *eſtq; complementum* 27 *medium proportionale intèr quadratum hoc majus* 90 — 1q : *& quadratum minus* 1q, *ut initio diximus : ſi ducatur* 90 — 1q *in* 1q, *fiet numerus* 90q — 1qq *æqualis quadrato ex* 27, *deſcripto nimirum numero* 729. *addito ergò* 1qq *utrobique, erit Æquatio intèr* 90q, *&* 729 + 1qq, *& ablatis* 729 *utrobiq; intèr* 90q — 729, *&* 1qq. *Hujus numeri* 90q — 729, *radicem Zenſizenſicam ità inveniemus. Semiſſis numeri Zenſorum eſt* 45, *à cujus quadrato* 2025 *ſi demantur* 729, *remanet numerus* 1296 *ad cujus radicem* 36 *ſi addatur prædicta ſemiſſis* 45, *fit* 1q 81 *major, minor autèm erit* 9, *ſi nimirùm ex prædicta ſemiſſe* 45 *dematur inventa radix* 36. *Zenſorum autèm* 81, *&* 9, *radices quadratæ ſunt* 9, *&* 3. *numeri quæſiti. Nam eorum quadrati ſunt* 81, *&* 9, *à quorum ſumma* 90, *ſi ipſorum numerorum ſumma* 12 *detrahatur, reliquus fit numerus* 78, *& ſi eadèm ſumma* 12 *addatur ad* 27, *numerum ex eorum multiplicatione productum, fit ſumma* 39.

Porrò poſtquàm inventum fuit 1*B*, *ſummam numerorum* 1℞, *&* 1*A eſſe* 12, *faciliùs inveniemus utrumque numerorum* 1℞, *&* 1*A*, *ſeorsìm per ænigma* 172 *cap.* 29. *Quoniam enim complementum, quod fit ex AB in CB inventum eſt* 27, *ſi numerus* 12 *dividatur in duas partes, ut ex una in alteram fiat numerus* 27, *qui non major eſt quarta parte quadrati ex numero* 12 *facti, ut in prædicto ænigmate docuimus, invenietur una pars* 3, *& altera* 9, *idèm quoque efficietur per ænigma* 38. *cap.* 30.

Vel ſi numerus 12 *per ænigma* 170 *cap.* 29, *vel* 35. *cap.* 30. *dividatur in duos numeros, quorum quadrati ſimùl facient* 90, *ſummam videlicèt duorum quadratorum rectarum AB, CB, quæ inventa eſt* 90, *reperientur iterùm duæ partes* 3, *&* 9.

SCHOLIUM

Ex hoc ænigmate facilè intelligitur, eum, qui quæſtiones per Algebram ſolvere vult, debere optimè eſſe exercitatum in Geometriæ ſcientia, ut cap. 1. *diximus. Hoc enim ænigma ab eo, qui Geometriam ignorat, vix, aut nullo modo ſolvetur, ut patet.*

Quam-

Quamvis Clavius hæc dixerit, attamen in libello De Problematũ Determinatione Clariſſimus vir Antonius Monforte faciliorem viam ingreſſus eſt: nàm prò uno numero poſuit $x + y$, prò altero $x - y$, quorũ ſumma eſt $2x$, ſumma quadratorũ ex ipſis $2x^2 + 2y^2$, productũ ſub ipſis $x^2 - y^2$, prima Æquatio $2x^2 + 2y^2 - 2x \infty 78$, ſivè $x^2 + y^2 - x \infty 39$, altera $x^2 - y^2 + 2x \infty 39$, & ex mutua ipſarum comparatione fit $x \infty \frac{2}{3} y^2$, modò ſubſtituto in prima, loco x, ejus valore $\frac{2}{3} y^2$, fit tandèm $y^4 + \frac{3}{4} y^2 - \frac{351}{4} \infty 0$, & ſublatis fractionibus per multiplicationem geometricæ progreſſionis 1.4.16, conſiderando illam veluti Æquationem, quadratum fiet $y^4 + 3y^2 - 1404 \infty 0$, hujus radix 36 diviſa per 4, qui numerus multiplicavit ſecundùm Æquationis terminum, in quo eſt ſumma radicum, exhibet $y^2 \infty 9$, hoc eſt $y \infty 3$.

Nequè abs re erit hìc ſubjungere ſolutionem, quam mihi tradidit Eruditiſſimus Hyacinthus Chriſtophorus. Hic prò ſumma quæſitorum numerorum poſuit x, prò majori numero y, undè minor fiet $x - y$; Quare ſecundùm problematis conditiones prima Æquatio eſt $x^2 - 2xy + 2y^2 - x \infty 78$, ſecunda verò $xy - y^2 + x \infty 39$, quæ duplicata eſt $2xy - 2y^2 + 2x \infty 78$. Hæ ſimùl additæ efficiunt $x^2 + x \infty 156$, cujus valor x eſt 12 ſumma quæſita, quæ ſi ponatur loco x in ſecunda Æquatione $xy - y^2 + x \infty 39$, habebitur alia Æquatio $y^2 - 12y \infty - 27$, & valor y fiet 9; Hinc major numerus eſt 9, & minor 3, qui indicant problema propoſitum fuiſſe primi gradus, ſivè ſimplex, quod patet, ſi inventæ Æquationes dividantur; prima per $x - 12$, vel per $x + 13$, & ſecunda per $y - 9$, vel per $y - 3$, ut ſuprà animadverſum fuit.

FINIS.

678319
SBN

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

by Google

NAZ
BIBLIOTECA
B.
Misc
3
2
NA

Digitized by Google